INDICE

Prefazione	pag.	IX
Premessa	»	XI
Cap. 1- FONDAMENTI DELLA TEORIA DELLE FUNZIONI DI VARIABILE COMPLESSA	»	1
1.1 Cenni storici	»	1
1.2 Domini nel piano complesso	»	1
1.3 Funzioni di variabile complessa	»	2
1.4 Funzioni differenziabili	»	4
1.5 Alcune conseguenze deducibili dalle condizioni di monogeneità	»	6
1.6 Alcune applicazioni fisiche	»	9
1.7 Discussione delle funzioni elementari	»	11
1.7.1 Potenza di z	»	11
1.7.2 La funzione di Jukowsky	»	13
1.7.3 Applicazioni fisiche della funzione di Jukowsky	»	16
1.8 Le funzioni trascendenti elementari	»	18
1.9 Rappresentazione grafica	»	23
1.10 Integrazione di funzioni di variabile complessa	»	24
1.11 Le successioni, le serie, gli integrali impropri	»	25
1.12 Il teorema di Cauchy	»	27
1.13 Integrali in domini pluriconnessi	»	30
1.14 Formula di Cauchy	»	33
1.15 Derivate di funzioni analitiche	»	37
1.16 Teorema di Morera	»	38
1.17 Teorema di Weierstrass	»	38
1.18 Limitazioni di Cauchy e teorema di Liouville	»	41
1.19 Applicazioni fisiche	»	42
1.20 Sviluppi in serie di funzioni di variabile complessa	»	47
1.21 Gli zeri delle funzioni analitiche	»	52
1.22 Serie di Laurent	»	54
1.23 Punti singolari e classificazione delle funzioni	»	56
1.23.1 Punti singolari	»	56
1.23.2 Classificazione delle funzioni	»	59
1.24 Residuo di una funzione in un punto singolare	»	59
1.25 Teorema fondamentale del calcolo dei residui	»	61
1.25.1 Teorema fondamentale	»	61
1.25.2 Residuo logaritmico	»	63
1.26 Teoria del prolungamento analitico	»	64
1.26.1 Definizione di prolungamento analitico	»	64
1.26.2 Prolungamento analitico per continuità	»	65
1.26.3 Funzioni analitiche complete	»	67
1.26.4 Le superfici di Riemann	»	69
1.27 Scomposizione di funzioni meromorfe in frazioni semplici ed applicazioni	»	70
1.28 Scomposizione delle funzioni intere in prodotti	»	76
1.29 Applicazione del teorema dei residui per il calcolo di integrali definiti	»	78
1.29.1 Premettiamo il lemma di Jordan	»	78
1.29.2 Calcolo degli integrali contenenti funzioni razionali di sin θ e cos θ.	»	80
1.29.3 Calcolo di integrali di funzioni che si annullano con potenze di z minori di -1	»	81

1.29.4 Applicazione del lemma di Jordan » 83
1.29.5 Esempio di calcolo di valore principale » 84
1.29.6 Integrale completo di Fresnel » 85
1.29.7 Scelta del cammino di integrazione per avere su una parte di esso un integrale noto » 86
1.29.8 Esempio di integrale con poli sul contorno » 88
1.29.9 Integrali di funzioni a più valori » 90
1.29.10 Caso di poli sul taglio » 94
1.29.11 Calcolo di integrali per mezzo del res $f(\infty)$ » 96
1.30 Altre applicazioni del teorema dei residui » 98
1.30.1 Somma di serie numeriche » 98
1.30.2 Rappresentazione di funzioni non analitiche con un integrale di contorno » 100
1.30.3 Generalizzazione della formula di Cauchy e della serie di Taylor » 101
1.31 Il mondo è analitico? » 107

Cap. 2 - FUNZIONI SPECIALI E SVILUPPI ASINTOTICI » 109
2.1 La funzione $\Gamma(z)$ di Eulero. » 109
2.1.1 Definizione » 109
2.1.2 Alcune relazioni interessanti » 112
2.2 Rappresentazioni di Γ(z) » 113
2.3 La funzione B di Eulero » 116
2.4 Valutazione asintotiche delle funzioni » 117
2.5 Metodo della sella per la valutazione asintotica di integrali » 119
2.5.1 Scelta del cammino d'integrazione » 119
2.5.2 Sella primo ordine » 122
2.5.3 Sella del primo ordine con polo vicino » 132
2.5.4 Punto di sella di ordine superiore » 135
sella vicino ad altra sella. » 137
2.6 Il principio della fase stazionaria » 137
2.6.1 Caso unidimensionale » 137
2.6.2 La velocita di gruppo » 140
2.6.3 Caso bidimensionale » 142
2.6.4 Teorema della sezione d'urto elastico » 144
2. 7 Spazio funzionale » 148
2.7.1 Considerazioni generali » 148
2.7.2 Spazio vettoriale astratto » 149
2.7.3 Lo spazio funzionale » 150
2.7.4 Convergenza in media, sistemi completi e sistemi chiusi » 152
2.7.5 Costruzione di un sistema ortonormale » 154
2.8 Polinomi ortogonali » 155
2.8.1 Polinomi ortogonali: definizione » 155
2.8.2 Proprietà generali » 156
2.8.3 Proprietà particolari » 160
2.8.4 L'oscillatore armonico » 162
2.9 Funzioni sferiche » 165
2.9.1 Caso bidimensionale » 165
2.9.2 Caso generale » 167
2.9.3 Funzioni di Legendre con indice non intero e di seconda specie » 169
2.9.4 Autovalori e autofunzioni » 172
2.10 Funzioni trigonometriche ortogonali, sviluppi in serie di Fourier » 173

2.11 Funzioni cilindriche » 176
2.11.1 Funzioni di Bessel di prima specie e di Hankel » 176
2.11.2 Funzioni di Bessel di seconda specie » 184
2.11.3 Espressioni asintotiche » 187
2.11.4 Le funzioni cilindriche » 190
2.11.5 Applicazioni e serie di Fourier Bessel » 192
2.11.6 Funzioni cilindriche con indice semintero » 196
2.11.7 Funzioni di Bessel sferiche » 196
2.11.8 Funzioni di Bessel di argomento immaginario » 200

Cap. 3 TRASFORMATE E DISTRIBUZIONI » 203
3.1 Le trasformate di Laplace » 203
3.1.1 Generalità e definizioni » 203
3.1.2 Proprietà delle trasformate di Laplace » 206
3.1.3 Generalizzazione all'intervallo $-\infty \leq t \leq \infty$ » 210
3. 2 Integrale di Fourier » 212
3.2.1 Definizione » 212
3.2.2 Il fenomeno di Gibbs » 217
3.2.3 Convoluzione » 218
3.2.4 Principio di indeterminazione » 221
3.2.5 - Teorema della campionatura » 222
3.2.6 Trasformata di Fourier in uno spazio a due dimensioni » 222
3.3 Trasformata di Mellin e di Hankel » 223
3.3.1 Trasformata di Mellin » 223
3.3.2 Trasformata di Hankel » 223
3. 4 Distribuzioni » 225
3.4.1 Definizioni » 225
3.4.2 Operazioni sulle distribuzioni » 228
3.4.3 Convoluzione fra distribuzioni » 234
3.4.4 Trasformata di Fourier di una distribuzione » 238
3.5 Trasformate di Hilbert e relazioni di dispersione » 240
3.5.1 Trasformata di Hilbert » 240
3.5.2 Relazioni di dispersione » 242
3.5.3 Segnale analitico » 245
3. 6 Proprietà locali delle distribuzioni. Regolarizzazione » 247
3.6.1 – Proprietà locali » 247
3.6.2 Regolarizzazione delle funzioni » 248
3.7 Equazioni differenziali nel campo delle distribuzioni » 250
3.7.1 Primitiva di una distribuzione » 250
3.7.2 . Equazioni differenziali lineari » 252
3. 8 Funzionali analitici » 253